Einleitung

Ziel dieser ersten Übung ist, dass Sie sich mit der Programmiersprache Java und der Entwicklungsumgebung Eclipse vertraut machen. Zu diesem Zweck sollen vier einfache Aufgaben gelöst werden.

Administratives

Die Aufgaben auf diesem Aufgabenblatt dienen dazu, das Verständnis für die Vorlesung zu vertiefen. Diese Aufgaben sind optional und es gibt kein Testat. Wenn Sie eine Korrektur wünschen, bitten wir Sie, Ihre Lösungen auszudrucken, anzuschreiben und in der Übungsstunde abzugeben oder per Email zu schicken. Dieser Kurs wird mit einer benoteten Semesterleistung abgeschlossen. Dazu werden Sie gebeten, selbständing Zweiergruppen zu bilden und uns diese bis spätestens am 02.03.2016 mitzuteilen.

1 Grösster Gemeinsamer Teiler (ggT)

Schreiben Sie ein Programm, dass den grössten gemeinsamen Teiler (ggT) von zwei ganzen Zahlen berechnet. Verwenden Sie dazu den iterativen *euklidischen Algorithmus*. Dieser Algorithmus basiert auf den folgenden zwei Feststellungen:

- Falls $^b/_a$ gilt, dann $ggT(a, b) = b$.
- Falls $a = bt + r$ gilt, wobei b und r ganze Zahlen sind, dann $ggT(a, b) = ggT(b, r)$.

Beispiel:

```
a = 28, b = 12
28 = 12*2 + 4 -> ggT(28,12) = ggT(12,4)
12 = 4*3 -> ggT(12,4) = 4
```

Somit ist der grösste gemeinsame Teiler von 28 und 12 gleich 4 $ggT(28, 12) = 4$.

2 π-Berechnung

Approximieren Sie die Kreiskonstante PI (3.14. . .) mit einer Taylorreihe von $arctan(x)$, ausgewertet an der Stelle $x = 1$. Die Formel dazu wird wie folgt hergeleitet.
Ableitung von $arctan(x)$:

$$\frac{d}{dx}\left(arctan(x)\right) = \frac{1}{1+x^2} \tag{1}$$

Taylorreihe für $(1-x)^{-1}$:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \ \ \dots \tag{2}$$

Substituiere $-x^2$ für x

$$\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 + \ \ldots \tag{3}$$

Integrieren:

$$arctan(x) = \int \frac{1}{1+x^2} dx = C + x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} \ \ldots \tag{4}$$

Tipp: C ergibt sich durch Einsetzen von $x = 0$.

3 1-Dimensionale Arrays

Generieren Sie ein Array der Länge N mit fortlaufenden Zahlen $1 \ldots N$, also zum Beispiel:

```
int arr[] = {1,2,3,4,5,6};
```

Schreiben Sie nun ein Programm, das eine zufällige Permutation dieses Arrays generiert, zum Beispiel {5,3,1,6,2,4}.

Ein einfacher Algorithmus für dieses Problem ist "Knuth Shuffle", der wie folgt funktioniert. Zuerst wählt man ein zufälliges Element im Intervall $[1, N]$ und tauscht dann dieses Element mit dem Nten Element des Arrays aus. In der nächsten Iteration, wählt man ein zufälliges Element im Intervall $[1, N-1]$ und tauscht es mit dem N-1ten Element aus. Man wiederholt diesen Schritt bis das Intervall nur noch aus einem Element besteht. Ein Beispiel ist im Folgenden gegeben:

```
rand(1,6) = 4   1 2 3 4 5 6 |
rand(1,5) = 2 , 1 2 3 6 5 | 4
rand(1,4) = 4 , 1 5 3 6 | 2 4
rand(1,3) = 1 , 1 5 3 | 6 2 4
rand(1,2) = 1 , 3 5 | 1 6 2 4
                5 | 3 1 6 2 4
```

Tipp: Zufallszahlen im Intervall $[0, N-1]$ können wie folgt generiert werden: `(int)(Math.random()*N)`. Beachten Sie, dass `Math.random()` einen `double` Wert im Bereich [0,1) generiert.

4 Matrizen (Multi-Dimensionsale Arrays)

Berechnen Sie $A \cdot A^T$ für beliebige $M \times N$ Matrizen. Für $A \cdot B = C$ werden die Einträge der resultierenden Matrix folgendermassen berechnet: $c_{ij} = \sum_{k=1}^{m} a_{ik} \cdot b_{kj}$.

Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 32 \\ 32 & 77 \end{pmatrix}$$